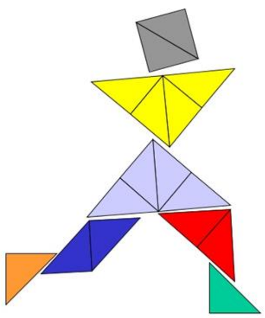
Ministerio de Educación Pública

Dirección de Desarrollo Curricular

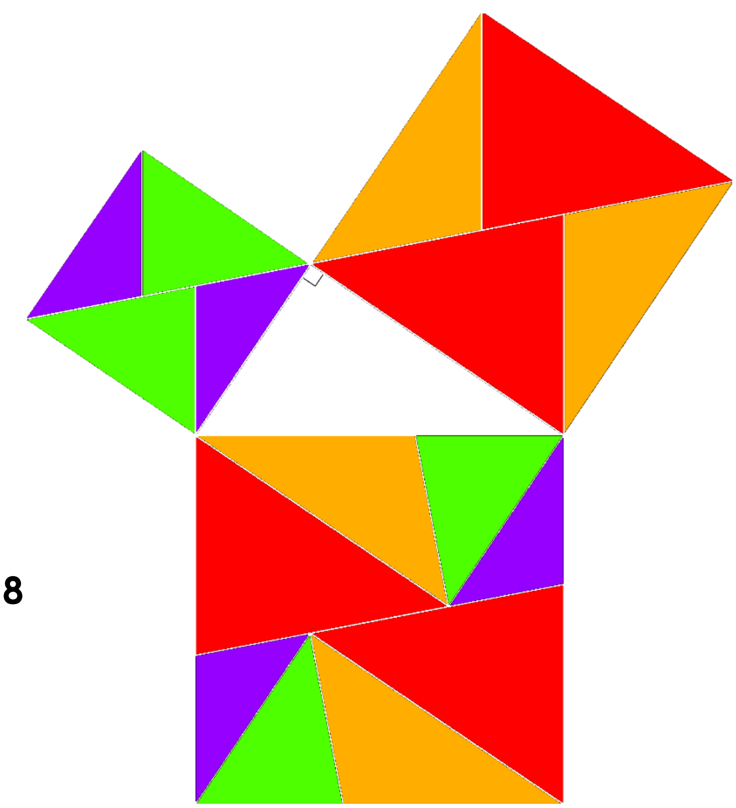
DEPARTAMENTO DE PRIMERO Y SEGUNDO CICLOS



QU1N70

Cuadernillo de apoyo para el docente

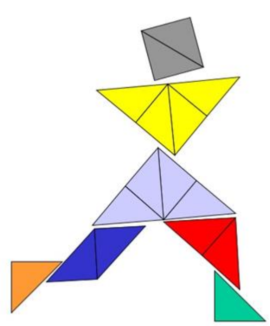
Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria
OLCOMEP-2018
Quinto año



Asesoría Nacional de Matemática

Marzo 2018

Problemas de Quinto Año



Ítems

de

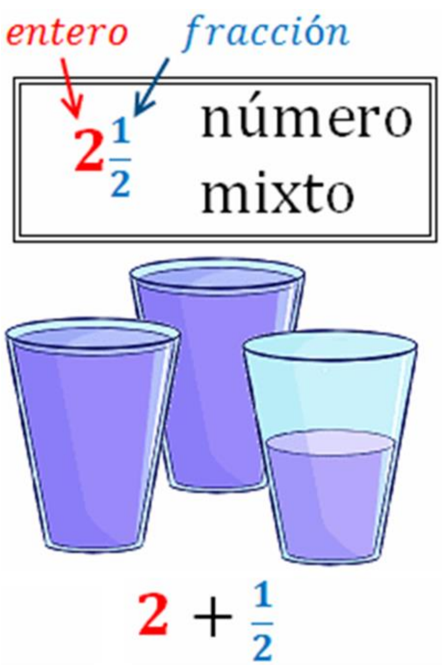
reforzamiento

1. Dos amigas, Angie y Carol, compraron un paquete de barras de chocolate, cada barra tiene la forma como se muestra en la siguiente ilustración:

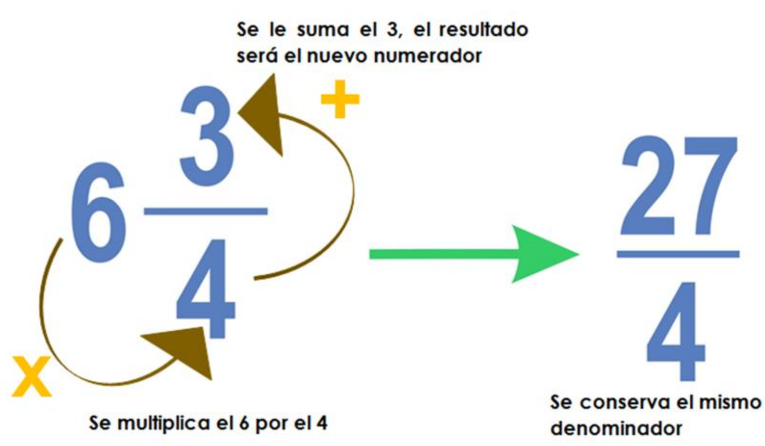
Si Angie se comió $3\frac{1}{4}$ barras de chocolate y Carol se comió $\frac{23}{8}$ de las barras de chocolate que compraron, ¿cuál de las dos amigas comió más chocolate?

Recuerde que:

Una fracción mixta es la combinación de un número entero y una fracción. Las fracciones mixtas tendrán de la misma forma que la fracción propia e impropia un numerador que representará el número de partes que tenemos y el denominador que será el número de partes en que hemos dividido el total.



Para pasarla a fracción



En el problema se indica que "Angie se comió $3\frac{1}{4}$ barras de chocolate y Carol se comió $\frac{23}{8}$ de las barras de chocolate que compraron, ¿cuál de las dos amigas comió más chocolate?"

Pasemos la fracción de chocolate que se comió Angie a una fracción impropia o a decimal:

$$3\frac{1}{4} \longrightarrow \frac{13}{4}$$

x +

Si pasamos el $\frac{13}{4}$ a decimales sería:

13	4
0	3,25

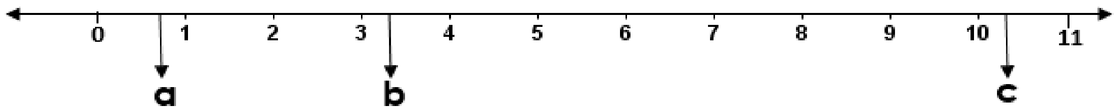
Ahora pasemos lo que comió Carol a decimc

23	8
0	2,87

Si comparamos:

2,87 < 3,25 por lo que Angie comió más chocolate que Carol

2. En la siguiente recta numérica, ¿cuál letra representa la posición aproximada del número $\frac{10}{3}$?

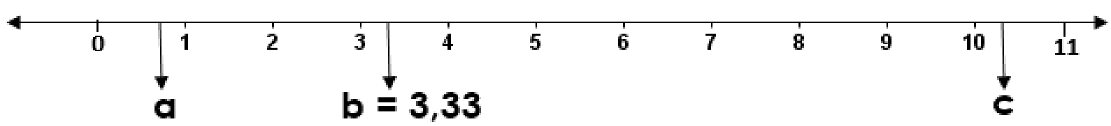


¡Vamos a pasar el número $\frac{10}{3}$ de su representación fraccionaria, a la decimal!

$$\begin{array}{r|l} 10 & 3 \\ \hline 1 & 3{,}33 \end{array}$$

¡Esta división no es exacta!

El número $\frac{10}{3}$ equivale a 3,33 aproximadamente, por lo tanto al observar la recta numérica:



La letra "b" es la que representa aproximadamente la localización de este número.

3. Para calcular la velocidad en que se desplaza un automóvil se utiliza la fórmula $\boldsymbol{v = d \div t}$ en donde "$\boldsymbol{v}$" representa la velocidad, "$\boldsymbol{d}$" representa la distancia y "$\boldsymbol{t}$" el tiempo transcurrido. Si un conductor recorre una distancia de 135 km a una velocidad constante de 45 km por hora, entonces, ¿cuál fue el tiempo, en horas, que invirtió el conductor en ese viaje?

Debemos determinar en la información los valores de las letras que conforman la fórmula $\mathrm{v = d \div t}$

Recordemos que:

"$\boldsymbol{v}$" Representa la velocidad, "$\boldsymbol{d}$" la distancia y "$\boldsymbol{t}$" el tiempo transcurrido.

Dentro de la información tenemos que:

"un conductor recorre una distancia de 135 km a una velocidad constante de 45 km por hora"

Donde, $d = 135\ km$ y $t = 45 km/h$. Calculemos el tiempo "t"

$$\mathbf{45\ km/h = \frac{135\ km}{v}}$$

Vamos a pasar la expresión $\boldsymbol{v = d \div t}$ a su forma fraccionaria $\mathbf{45\ \boldsymbol{km/h}} = \frac{\mathbf{135}\ \boldsymbol{km}}{\boldsymbol{v}}$ para realizar por medio de prueba y error (que número me divide el 135 de tal manera que el resultado sea 45)

Realizaremos la división correspondiente, aplicando la ley de cancelación a las unidades de medida

$$\begin{array}{r|l} 135 & 3 \\ \hline 0 & 45 \end{array}$$

$$\mathbf{v = 3\ h}$$

El conductor invierte 3 horas en el viaje realizado

4. Para confeccionar lazos para adornar el árbol de Navidad se utilizará la totalidad de un rollo de cinta de tela que mide 106,95 m. Si para cada lazo se necesita un pedazo de cinta que mide 1,55 m, entonces ¿cuántos lazos se pueden obtener de ese rollo?

Vamos hacer uso de la división para determinar cuántos lazos se pueden hacer con los 106,95 m:

$$\begin{array}{r|l} 106{,}95 & 1{,}55 \\ \hline 0 & 69 \end{array}$$

Con esa cantidad de cinta se pueden elaborar 69 lazos cada uno de 1,55 m.

5. Don Arturo compró una cosecha con una cierta cantidad de naranjas, para la venta se dispuso a empacar las naranjas en paquetes de 8 unidades cada uno. Si al terminar logró obtener 257 paquetes y le sobraron 6 naranjas, entonces, ¿cuántas naranjas contenían la cosecha que compró Don Arturo?

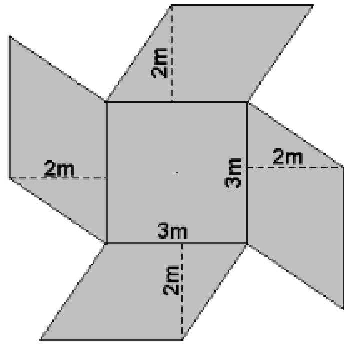
Dentro de la información se establece que cada paquete de naranjas empacado, contiene 8 unidades, por lo tanto podemos determinar cuántas naranjas utilizó para empacar 257 paquetes:

$$\begin{array}{r} 257 \\ \times\ \ 8 \\ \hline 2056 \end{array}$$

Sin embargo, a don Arturo una vez que tenía los paquetes de naranjas le sobraron 6 unidades, por lo que es necesario sumarlas a las 2056,

$$\begin{array}{r} 2056 \\ +\quad 6 \\ \hline 2062 \end{array}$$

6. La siguiente figura está compuesta por cinco paralelogramos.

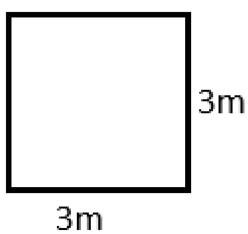


De acuerdo con los datos, ¿Cuál es el área, en metros cuadrados, de toda la figura?

Caso a

Podemos hacer uso de las fórmulas estudiadas en clase para obtener el área de cada figura.

Veamos el caso del cuadrado, su fórmula es "lado x lado" (*l* x *l*)

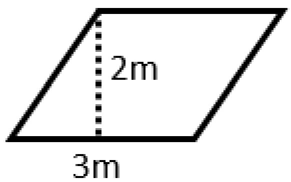


El área de esta figura es

$A_1 = 3 \text{ x } 3$

$A_1 = 9\ m^2$

Veamos el caso del romboide, su fórmula es "base x altura" (*b* x h)



En este caso 3 x 2 = 6 m^2

A_1 = 3 x 2

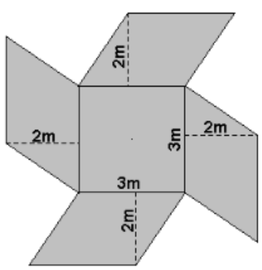
A_1 = 6 m^2

Como en la figura hay 4 de ellos valdría decir que cada uno tiene la misma área, por lo tanto si el área de uno es de 6 m^2, la de cuatro sería 24 m^2

A_2 = 3 x 2 x 4

A_2 = 24 m^2

Área total de la figura



A_T = 9 (área cuadrado (A_1)) + 24 (área de los romboides (A_2))

A_T = 9 m^2 + 24 m^2

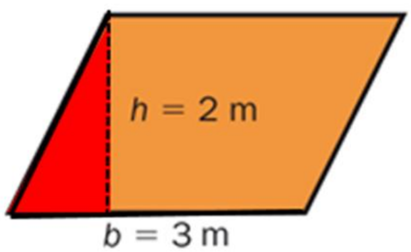
A_T = 9 + 24

A_T =33 m^2

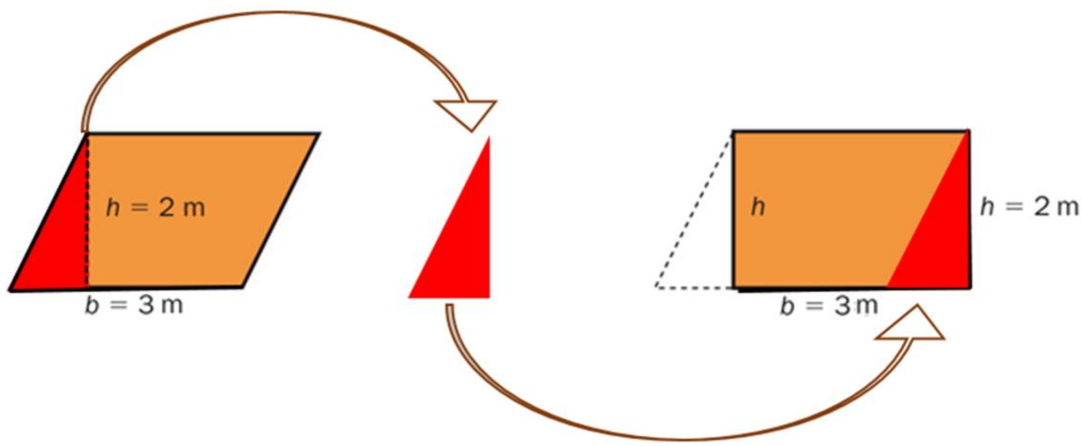
El área total de la figura equivale a 33 m^2

Caso b

Se puede considerar la misma manera como se obtuvo el área del cuadrado que corresponde a 9 m^2, sin embargo para el caso del romboide se puede valorar lo siguiente:



Al tratarse de un romboide podemos tomar el triángulo y pasarlo de posición como se muestra en la siguiente imagen



Generando de esta manera un rectángulo, el cual es más conocido, al igual que su fórmula, por lo tanto el área del rectángulo sería

A_2 = 3 x 2 Al tratarse de 4 figuras como esta podemos multiplicar

A_2 = 6 m^2 este valor por 4, que daría 24 m^2

Área total de la figura

A_T = 9 (área cuadrado (A_1)) + 24 (área de los rectángulos (A_2))

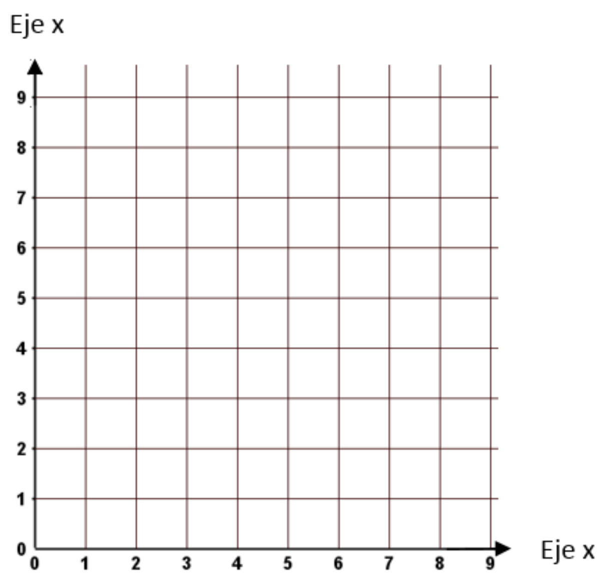
A_T = 9 m^2 + 24 m^2

A_T = 9 + 24

= 33 m^2

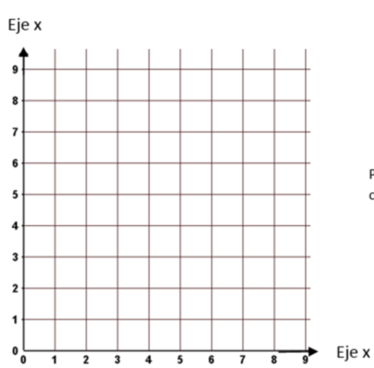
Considere la siguiente información para contestar los ítems 7, 8 y 9.

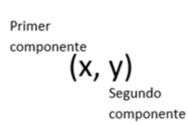
Utilice el siguiente sistema de ejes coordenadas para la parte a y b.



7. En el sistema de coordenadas anteriores dibuje la figura que tiene como vértices los siguientes puntos: (2,0), (1,4) y (5,2).

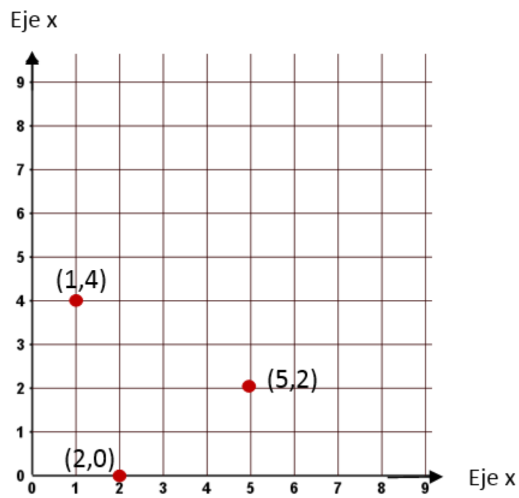
Recordemos que en un par ordenado, el primer componente se localiza en el eje "x" y el segundo en el eje "y", según se muestra:



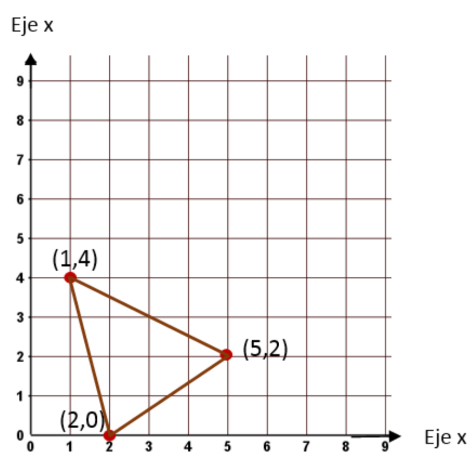


De acuerdo con lo anterior, vamos a localizar en el sistema de ejes de coordenadas los puntos que se solicita.

Localizando los puntos: (2,0), (1,4) y (5,2).



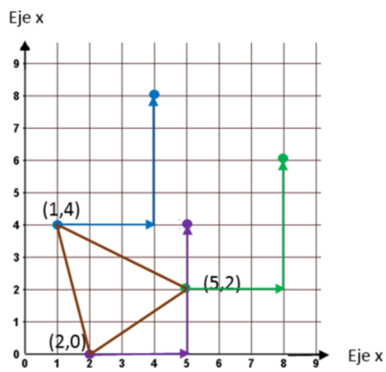
Trazando la figura que tiene como vértices dichos puntos



La figura resultante corresponde a un triángulo

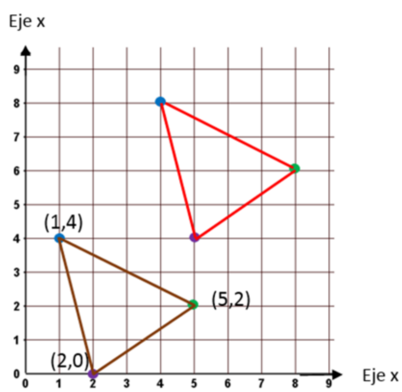
8. En el mismo sistema de coordenadas dibuje una nueva figura que corresponda a una traslación de la figura dibujada anteriormente, trasladándola tres unidades a la derecha y cuatro hacia arriba.

Necesitamos trasladar la figura tres unidades a la derecha y cuatro hacia arriba, como se muestra seguidamente



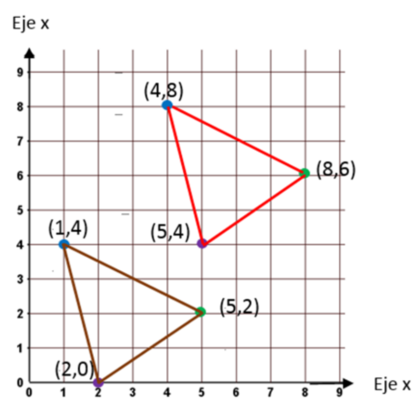
De color diferente realizamos la tralación de los puntos como se muestra en la imagen de la izquierda.

Ahora vamos a unir los puntos correspondientes con los segmento de recta para que se observe apropiadamente la figura trasladada



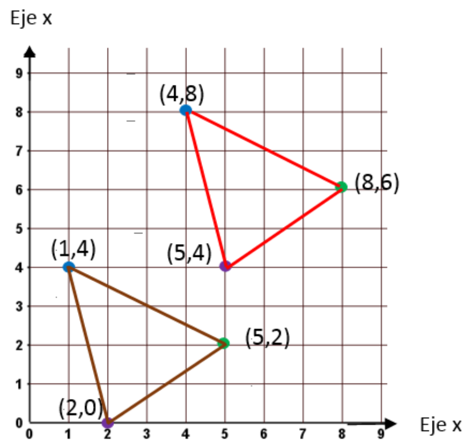
Además podemos determinar los nuevos puntos son los siguientes:

(4,8), (8,6) y (5,4)



9. ¿Cuál es la diferencia de las áreas de las dos figuras dibujadas?

Observe la siguiente image:



Ellas corresponden a la imagen inicial (ítem 23) y la traslación de esta (ítem 24)

La única variación que sufrio la figura original fue desplazar los puntos y por ello la ubicación total de la figura, sin embargo, la figura inicial con relación a la final no sufrio ninguna variación, es por ellos que el área de una y la otra es la misma.

10. El tren que viaja de Pavas a la U Latina en San Pedro de Montes de Oca realiza 3 recorridos antes del mediodía cada día. En el primer recorrido se desplazan 654 pasajeros; 348 en el segundo y 552 en el último. ¿Cuántas personas utilizaron el mismo tren durante los tres recorridos de ese día? Si cada una cancela ¢ 545, ¿cuánto dinero se recauda durante la mañana?

Primero, debemos determinar la cantidad de personas que utilizaron el servicio de tren en los tres recorridos como se observa en la siguiente tabla:

Número de Recorrido	Cantidad de pasajeros
1°	654
2°	348
3°	552
Total de pasajeros	1554

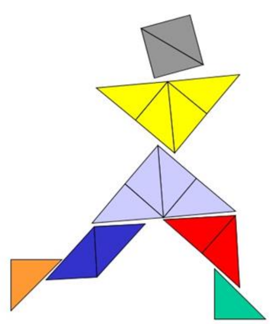
A la pregunta "*¿Cuántas personas utilizaron el mismo tren durante los tres recorridos de ese día?*" podemos afirmar que fueron 1554 personas.

Además se pregunta "*Si cada una cancela ¢ 545 ¿cuánto dinero se recauda durante la mañana?*", por lo que podemos realizar la siguiente operación:

$$
\begin{array}{r}
1554 \\
\underline{\times\ 545} \\
7770 \\
6216 \\
+7770 \\
\hline
846930
\end{array}
$$

Durante la mañana se recaudaron ¢ 846 930

Ítems de práctica



1. Para una fiesta familiar Arelis compra un paquete de globos y otro de antifaces; pagó por esa compra ¢5 500. Si la bolsa de antifaces cuesta ₡100 más que el doble del precio de la de globos, entonces ¿cuál es el precio del paquete de antifaces?

Utilicemos una representación gráfica para dar solución al problema, considerando lo siguiente:

Representa el precio de los antifaces

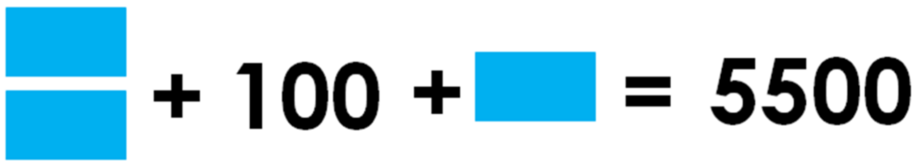
Representa el precio de los globos

Dentro de la información que se brinda en el problema se indica que los antifaces y los globos juntos cuestan 5500 colones, lo que se expresa así:

Sin embargo, también se indica que "los antifaces cuesta ₵100 más que el doble del precio de la de globos" pero para lograr expresar una igualdad podemos hacerlo de esta manera

Aunque la información establece que los antifaces cuestan 100 colones más que el doble, es necesario colocar este dinero al lado contrario para lograr la igualdad.

De esta última igualdad podemos considerar que:

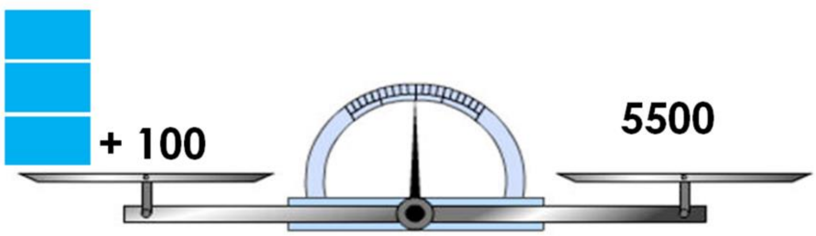


Cambiando el rectángulo que representa el valor de los antifaces por la

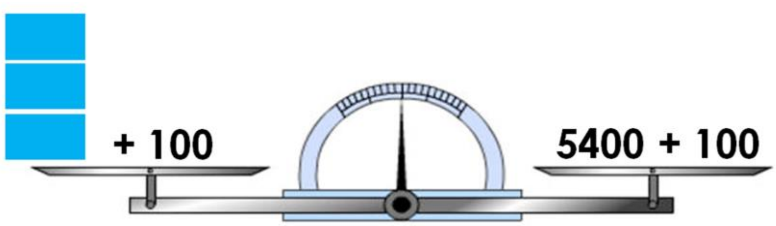
representación: 

.

De acuerdo con esto vamos a considerar la balanza que se usó en el I Ciclo, en lugar de la igualdad:

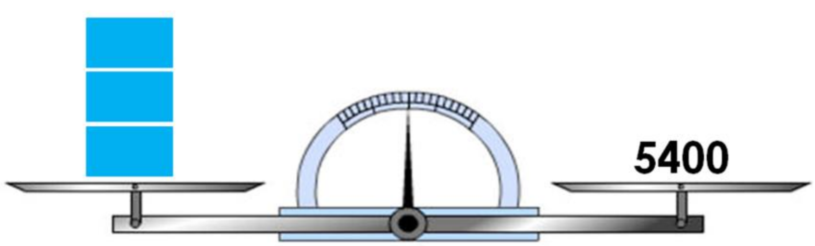


La siguiente balanza es semejante a la anterior, simplemente se realizó un una descomposición de valores



Recuerde que el número 5500 se puede representar como 5400 +100 y la balanza se sigue manteniendo

En esta balanza vamos a cancelar 100 colones a ambos lados para determinar el valor de los tres rectángulos que representan los globos.

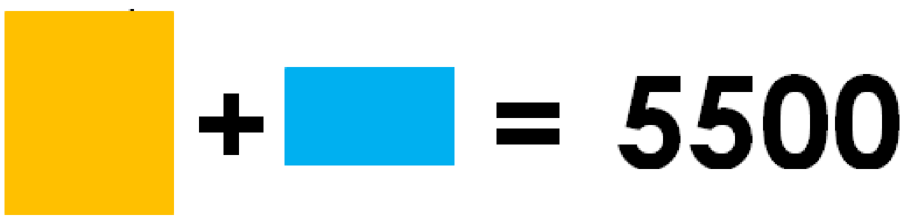


Por lo anterior vamos a dividir los 5400 entre 3 para determinar el valor de cada rectángulo:

$$\begin{array}{r|l} 5400 & 3 \\ \hline -\ 5400 & 1800 \\ \hline 0 & \end{array}$$

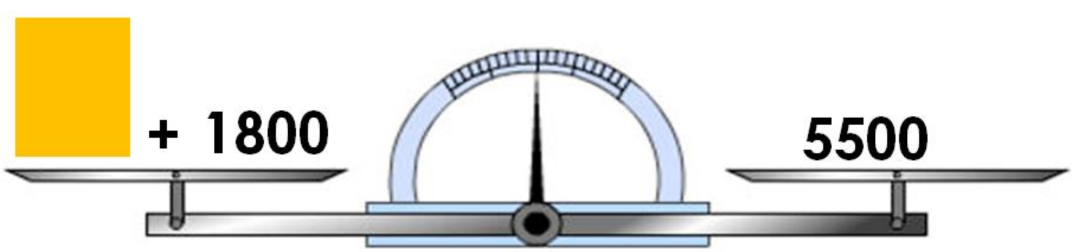
Cada rectángulo vale 1800 colones

Recordemos la primera representación:

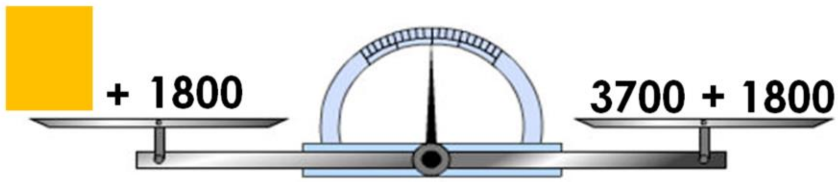


en la cual vamos a sustituir los 1800 por el valor del rectángulo que representa los globos:

Volvamos a utilizar la balanza para determinar el valor del rectángulo que representa el valor de los antifaces:

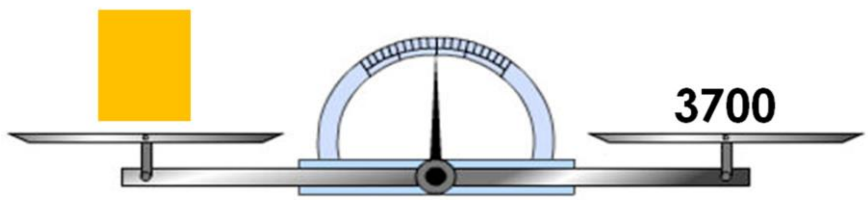


Vamos a descomponer el valor del extremo derecho:



Recuerde que el número 5400 se puede representar como 3700 + 1800 y la balanza se sigue manteniendo

A cada extremo de la balanza cancelemos 1800 para mantener el equilibrio y obtener lo siguiente:



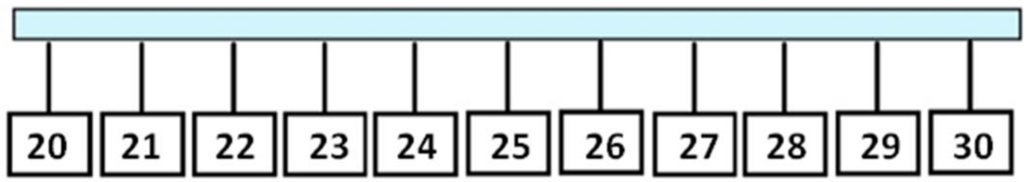
Por lo tanto podemos concluir lo siguiente:

Valor de los globos

Valor de los antifaces

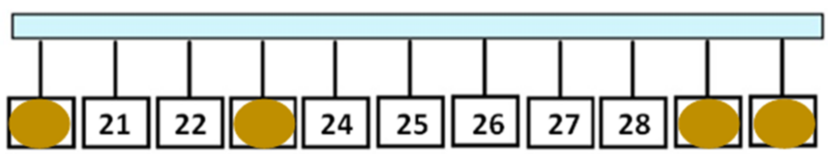
2. Soy un número que está entre 20 y 30, tengo más de 6 divisores. ¿Qué número soy?

Consideremos la siguiente representación para los números que están entre 20 y 30:



El 20 y el 30 no los consideramos ya que en la instrucción se indica que el número está entre estos dos, por esa razón los vamos a obviar.

También recordemos que el 23 y el 29 son números primos, por lo que podemos excluirlo del grupo y valorar los otros, ya que no cumplen con la condición de tener más de 6 divisores.



Recuerde que:

Un número primo es un número natural mayor que 1 que tiene únicamente dos divisores distintos: él mismo y el 1.

Los otros números que quedan son compuestos, en la siguiente tabla veremos los divisores de cada uno de ellos:

Número	Divisores	Cantidad de divisores
21	1,3,7,21	4
22	1, 2, 11, 22	4
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8
25	1, 5, 25	3
26	1, 2, 13, 26	4
27	1, 3, 9, 27	4
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	6

Recuerde que: un número compuesto tiene uno o más divisores distintos a 1 y a sí mismo

Según la información de la tabla anterior, es fácil concluir que:

Número	Divisores	Cantidad de divisores
21	1,3,7,21	4
22	1, 2, 11, 22	4
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8
25	1, 5, 25	3
26	1, 2, 13, 26	4
27	1, 3, 9, 27	4
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	6

El único de esos números que cumple con la condición de tener **más** de 6 divisores es el 24.

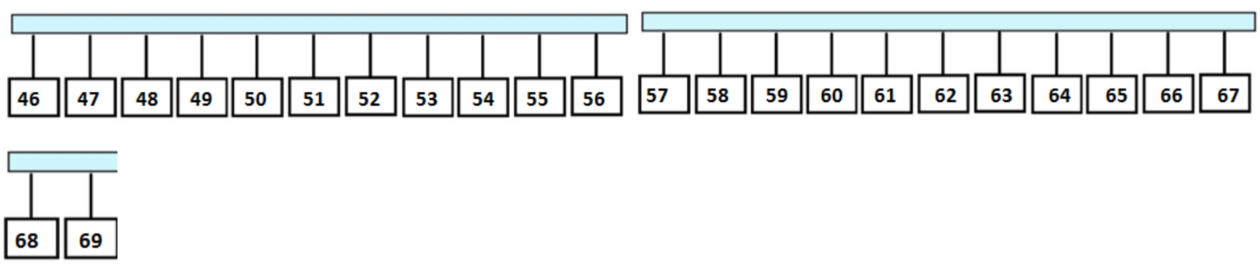
3. Soy un número impar mayor que 45 y menor que 70. Si soy divisible por 3 y el dígito de mis unidades es la mitad de dígito de las decenas, entonces ¿qué número soy?

Recuerde que:

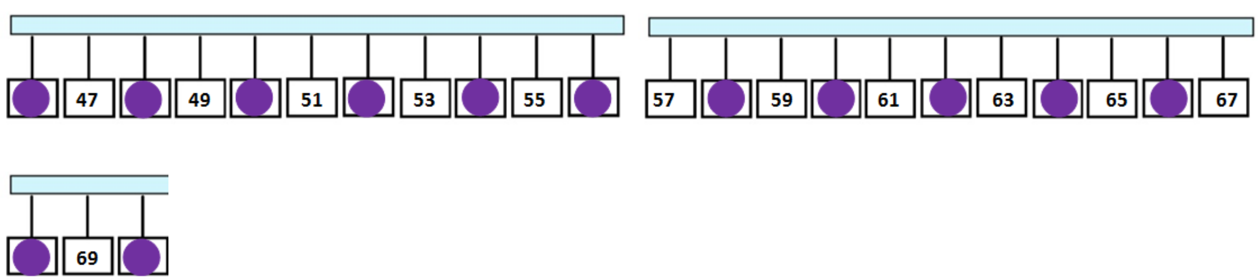
Los números pares son aquellos que son divisibles de manera entera entre dos, representados algebraicamente de la forma "2*k*". Por ejemplo 2, 4, 6, 8, 10… son algunos números pares.

Los números impares no son divisibles de manera entera entre dos y algebraicamente se representan *"2K+1". Por ejemplo 1, 3, 5 ,7, 9* … son algunos números impares.

Primero debemos excluir el 45 y 70 ya que el número se encuentra entre ellos dos y además el 70 es un número par. Por lo que quedan los siguientes:

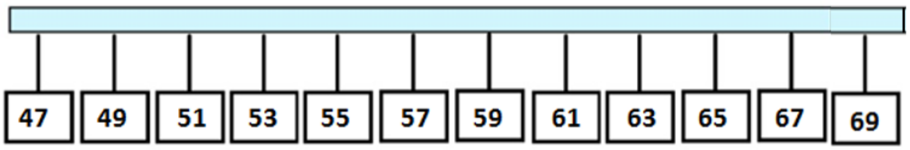


Sin embargo, de ellos debemos eliminar todos los que no cumplen con la condición de ser impares, como se observa seguidamente:

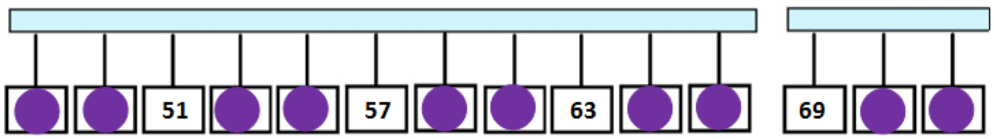


Vamos a valorar las otras condiciones

Quedando solo los siguientes:



Vamos a valorar otra condición "soy divisible por 3" de los anteriores solo la cumplen:



Solamente los números 51, 57, 63 y 69 son divisibles entre 3.

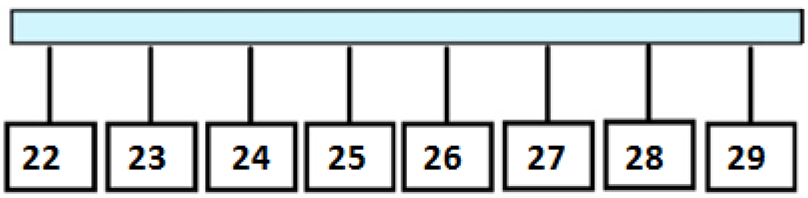
Nos queda considerar la condición "el dígito de mis unidades es la mitad de dígito de las decenas" para saber ¿quién es?

Número	51	57	63	69

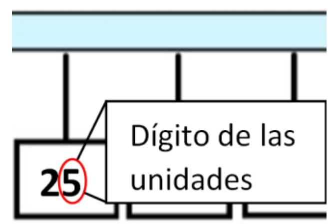
El único que la cumple es el 63, ya que el 3 es el dígito de las unidades y es la mitad del 6.

4. El número 35 tiene la propiedad de que es divisible por el dígito que ocupa la posición de las unidades, ya que 35 dividido por 5 es 7. El número 38 no tiene esa propiedad. ¿Cuántos números mayores que 21 y menores que 30 tienen esa propiedad?

Descartamos el 21 y el 30 ya que una condición establece que tiene que estar entre ellos, por lo que vamos a considerar ¿cuál o cuáles de los siguientes cumplen la otra parte de la propiedad "el número es divisible de manera entera por el dígito que se encuentra en la posición de las unidades"?



Considere que:

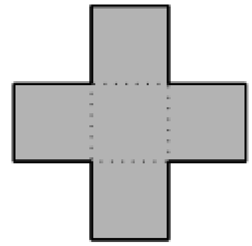


De estos vamos a valorar cuales cumplen esa propiedad

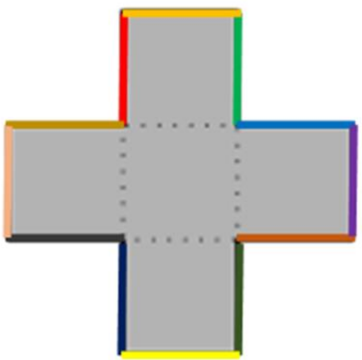
Número	División	Cumplimiento de la propiedad
22	22 ÷ 2 = 11	✓
23	23 ÷ 3 = 7,66	✗
24	24 ÷ 4 = 6	✓
25	25 ÷ 5 = 5	✓
26	26 ÷ 6 = 4,33	✗
27	27 ÷ 7 = 3,85	✗
28	28 ÷ 8 = 3,5	✗
29	29 ÷ 2 = 3,22	✗

Los números que cumplen con esta propiedad son: 22, 24, 25.

5. La figura de la derecha está construida con cinco cuadrados de igual tamaño y la medida de su perímetro es 72 cm. ¿Cuál es el área de dicha figura en centímetros cuadrados?



Primero determinaremos cuantos lados tiene la figura, para lo cual resaltaremos con colores cada uno de ellos y así determinar el número de lados:



Esta "cruz" tiene 12 lados y como sabemos que el perímetro de cualquier figura geométrica es la suma de la longitud de sus lados podemos decir que:

72 ÷ 12 = 6

La medida de cada lado es de 6 cm.

Sin embargo, nos están solicitando el área total de la figura. Como se observa en ella, está conformada por cuadrados, por lo que podemos utilizar la fórmula del área del cuadrado para calcular el área de cada uno de ellos:

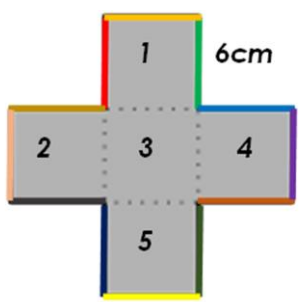
$$a = l^2$$

$$a = 6^2$$

$$a = 6 \mathrm{x} 6$$

$$a = 36 cm^2$$

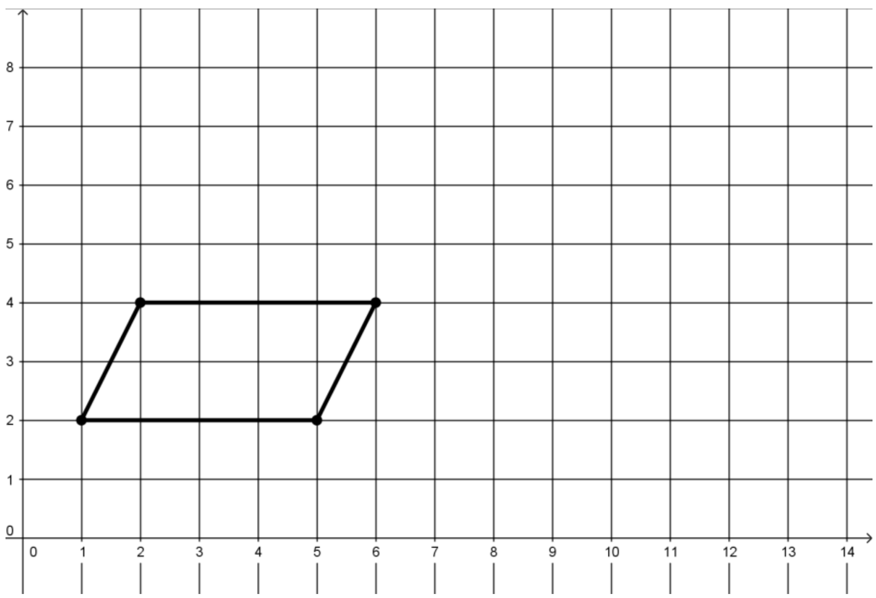
Aquí calculamos el área de uno de los cuadrados, sin embargo son 5, como se observa:



Por lo que debemos multiplicar

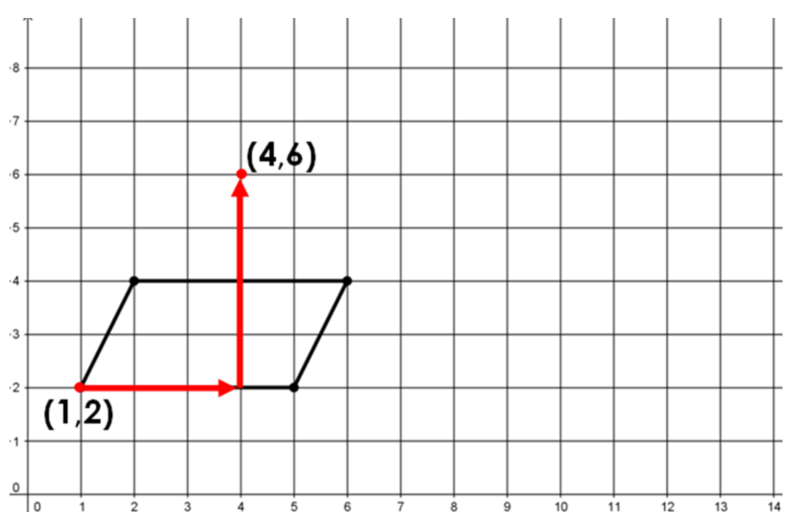
El área total de la "cruz" es de $\mathbf{180}\ \boldsymbol{cm^2}$

6. A continuación se le muestra un paralelogramo trazado en una cuadrícula. Uno de los vértices del paralelogramo es el punto (1,2) y el vértice opuesto a dicho punto es el par ordenado (6,4).



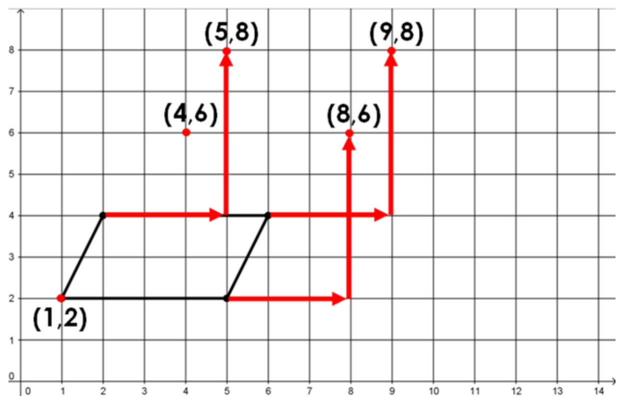
En dicha cuadrícula, se dibuja un nuevo paralelogramo que corresponde a la traslación del paralelogramo anterior; dicha traslación se obtiene al trasladar el punto (1,2) al punto (4,6). En la nueva figura, ¿cuáles son las coordenadas del vértice opuesto al punto (4,6)?

Vamos a identificar la localización del punto (1,2) en la representación gráfica,

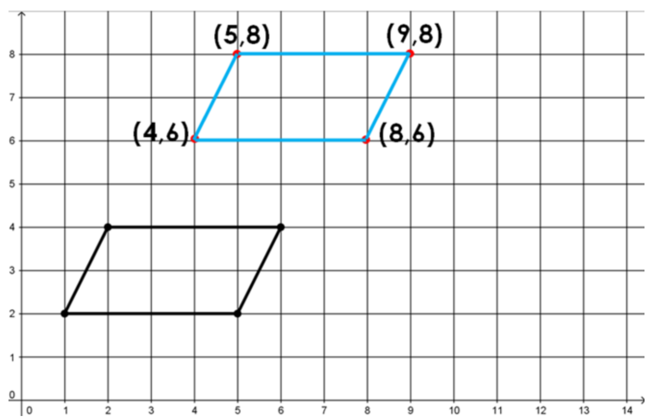


Con relación al punto (1,2) una posible manera desplazarlo hasta la coordenada (4,6), podría ser desplazándose a la derecha de 3 unidades y 4 hacia arriba, como se muestra a la derecha. Dicho desplazamiento es necesario realizarlo a los otros tres puntos para obtener el nuevo paralelogramo.

Traslademos los otros puntos de igual manera

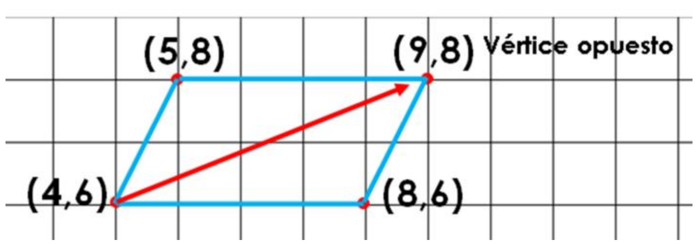


Ahora unimos con segmentos de recta los nuevos puntos identificados



Esta sería la figura resultante, identifiquemos el vértice opuesto para determinar las coordenadas del vértice opuesto al punto (4,6).

En la siguiente imagen se muestra el vértice buscado:



Las coordenadas de este vértice son (9,8).

7. Laura calculó correctamente la suma de dos números que tenían la misma cifra de las unidades. Luego tapó la cifra de las unidades de esos números con una calcomanía como se observa en la imagen. ¿Cuál fue la cifra que Laura ocultó?

En este caso existen varias posibilidades, vamos a ir identificándolas:

Sabemos que el primer sumando es un número que está entre 40 y 49, mientras que el segundo va ser otro número que está entre 50 y 59.

Sin embargo, no podemos irnos a los extremos, ya que los valores no cumplirían con esta condición, por ejemplo si consideramos el 40 y el 50, al sumarlos 40 + 50 = 90 el resultado no estará entre los posibles valores del otro sumando.

De la misma manera si consideramos 49 + 59 = 108. Es por esto que uno de ellos puede ir buscando valores centrales y otro un extremo, de la manera que se muestra seguidamente:

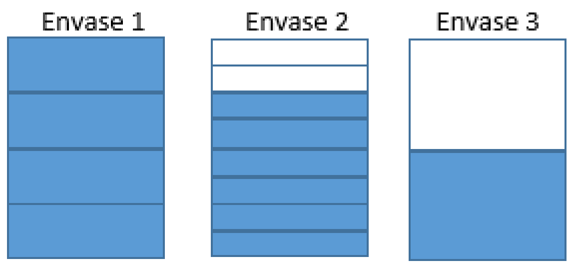
Primer sumando	Segundo Sumando
45	59
46	58
47	57
48	56
49	55

Aunque estos valores dan el mismo resultado que obtuvo Laura, existe otra condición más" tenían la misma cifra de las unidades", por esta razón solo un par de números funciona y esos son:

Primer sumando	Segundo Sumando
45	59
46	58
47	57
48	56
49	55

Tanto el 47 como el 57 tienen la misma cifra en el dígito de las unidades.

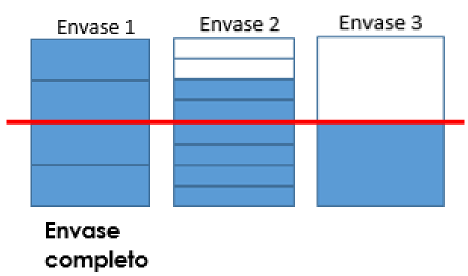
8. El comité de deportes de San Ramón desea cortar el césped de la plaza de fútbol; cuentan con tres envases iguales cuya capacidad es de un litro, cada uno con cierta cantidad de gasolina como se muestra a continuación:



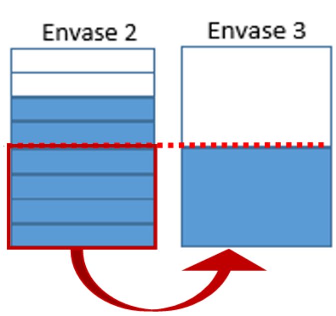
¿Cuál es el número en notación mixta, que representa la cantidad total de litros de gasolina con que se cuenta para cortar dicho césped?

Necesitamos determinar cuántos envases completos se cuenta, por lo que podemos resolver el problema gráficamente:

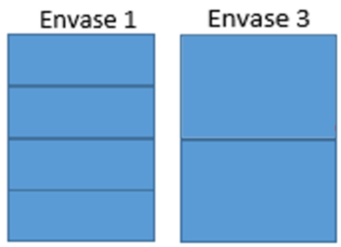
El envase 1 se encuentra completo, de los otros dos como se observa seguidamente es posible completar uno con parte del contenido del otro:



Del envase 2 vamos a pasar la cantidad de líquido que se marca en la siguiente imagen al envase 3



De esta manera completamos dos de los tres envases, el 1 y el 3:



Quedando el envase 2 con la siguiente cantidad de líquido

Si contamos la cantidad de divisiones que tiene el envase 2, vemos que se encuentra dividido en 8 espacios de igual capacidad.

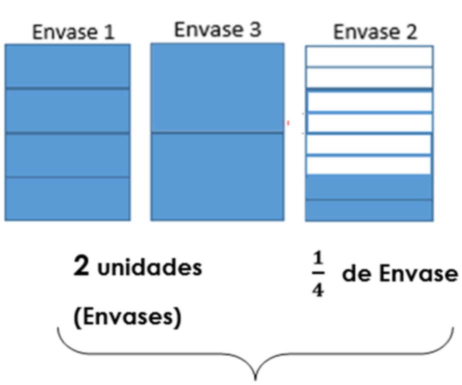
De los cuales 2 aún tiene combustible, por lo que de la esta tercera unidad estamos considerando utilizar

$$\frac{2}{8}$$

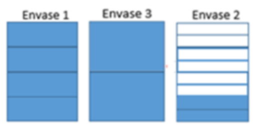
Dos octavos de la capacidad del recipiente, que puede simplificarse sacando la mitad tanto al numerador como al denominador:

$$\frac{\cancel{2}^{\,1}}{\cancel{8}_{\,4}} \quad \text{Que sería} \quad \frac{1}{4}$$

De acuerdo con lo anterior, tenemos dos envases completos y $\frac{1}{4}$ del tercero:



Al unir la cantidad de combustible que se tiene obtenemos lo siguiente

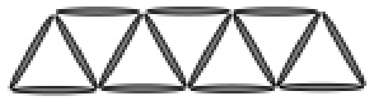


2 unidades (Envases) $\quad$ $\frac{1}{4}$ **de Envase**

La cantidad de gasolina representada en notación mixta sería:

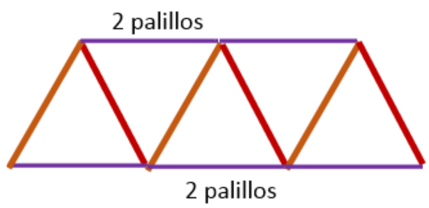
$$2\frac{1}{4}$$

9. Usando 15 palitos de igual tamaño Angélica creo la secuencia de 7 triángulos que se muestra en el siguiente recuadro. ¿Cuántos palitos necesitará Angélica para crear una secuencia de 21 triángulos, manteniendo el mismo patrón?



Para este patrón vamos a considerar lo siguiente:

Para elaborar el primer triángulo se necesitaron 3 palillos, sin embargo, a partir del segundo triángulo, se necesitan 2 palillos para armar el siguiente, como se muestra:



Por lo tanto, para calcular la cantidad de palillos necesarios para construir 21 triángulos siguiendo el patrón establecido, podemos considerar:

- Para elaborar el primero triángulo se necesitan 3 palillos
- En los otros 20 se van a necesitar 2 palillos cada uno, por lo que:

$$\mathbf{20 \times 2 = 40}$$

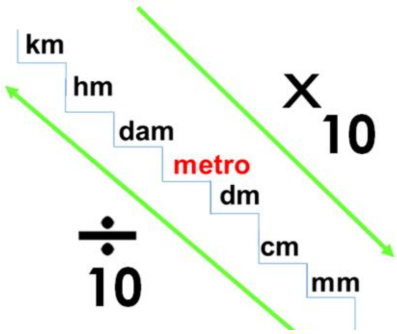
Más tres palillos que necesito para el primero:

$$\mathbf{40 + 3 = 43}$$

Para construir 21 triángulos siguiendo el patrón establecido necesitamos 43 palillos

10. Uno de los animales más lentos es el perezoso: solo recorre 150 m por hora. ¿Cuántas horas necesitará un perezoso para recorrer una distancia de 7,2 km?

Recuerde que:

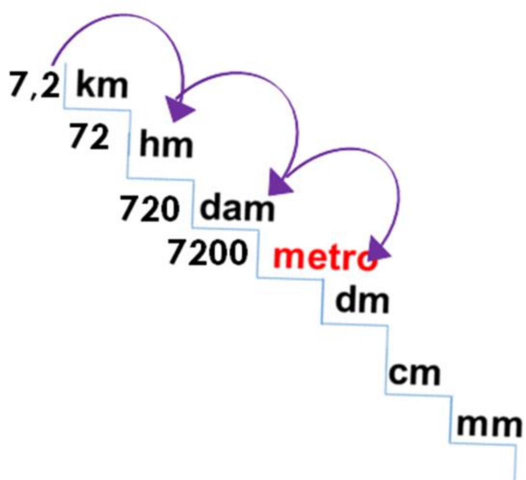


Para pasar de una medida de longitud a otra, multiplicamos o dividimos entre 10 según corresponda.

Dentro de la información nos indican que el perezoso puede recorrer 150 m en una hora y nos preguntan por el tiempo que necesita para recorrer 7,2 km.

Primero vamos a pasar la distancia que se indica en kilómetros a metros para mantener una misma unidad de medida.

Realicemos la conversión de 7,2 km



7,2 km equivale a 7200 m, como el perezoso recorre 150 m en una hora podemos ver ¿cuántas veces cabe el 150 en el 7200?

Para que la división sea más sencilla podemos cancelar un cero tanto al 7200 como al 150

$$\frac{720\cancel{0}}{15\cancel{0}}$$

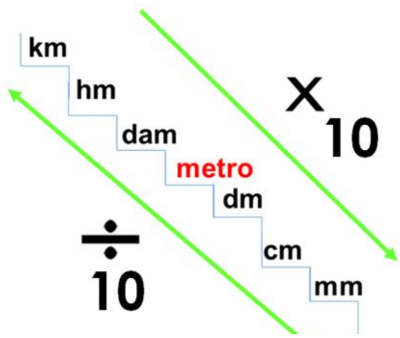
Quedando la siguiente operación:

720	15
0	48

Dando por resultado que el perezoso demoraría 48 horas en recorrer 7,2 km.

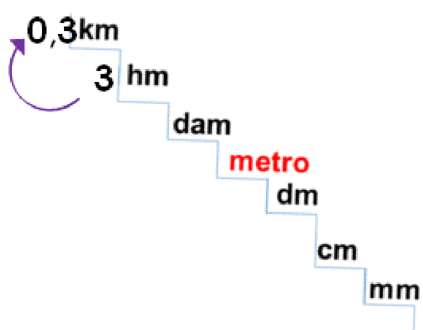
11. En una competencia de atletismo, cada atleta debe dar 6 vueltas completas en un recorrido cuya distancia es de 1 km, 3 hm y 5 dam. ¿Cuántos kilómetros, en total, recorrerá cada atleta participante de esta competencia?

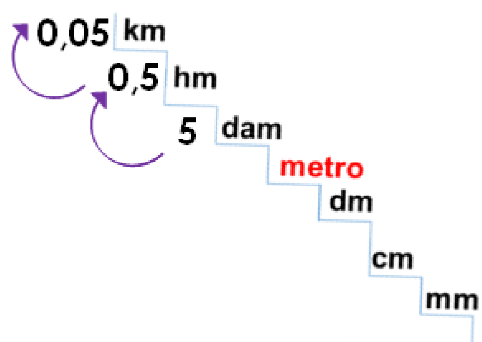
Recuerde que:



Para pasar de una medida de longitud a otra, multiplicamos o dividimos entre 10 según corresponda.

La información que suministran es: 1 km, 3 hm y 5 dam y se solicita el recorrido en kilómetros, por ellos debemos convertir los 3 hm y los 5 dam a la unidad de medida requerida, como se muestra seguidamente:





De acuerdo a lo anterior tenemos que la en la vuelta el atleta recorre

$1 + 0{,}3 + 0{,}05 \text{ km}$ Que equivale a 1,35 km.

Sin embargo dentro de la información se indica que el atleta debe dar 6 vueltas completas de un recorrido con dicha distancia, por lo que es necesario multiplicar este dato por 6:

$$1{,}35 \text{ x } 6 = 8{,}1 \text{ km}$$

El recorrido completo del atleta es de 8,1 km

12. De un depósito que contiene agua se sacan, en tres momentos distintos, las siguientes cantidades de agua: 184,5 l, 12,875 dl y 0,845 hl. Si al final queda en el depósito 0,160 kl de dicho líquido, ¿qué cantidad de agua, en litros, había inicialmente en el depósito?

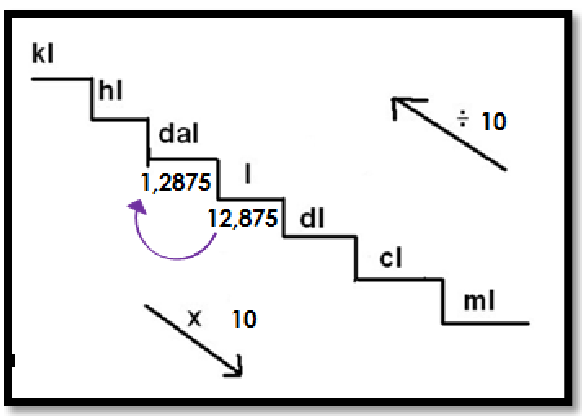
La información que suministran es: 184,5 l, 12,875 dl y 0,845 hl, además indica que al final queda en el depósito 0,160 kl de dicho líquido. Es necesario convertir estas medidas a una misma unidad de capacidad, en este caso el litro (l).

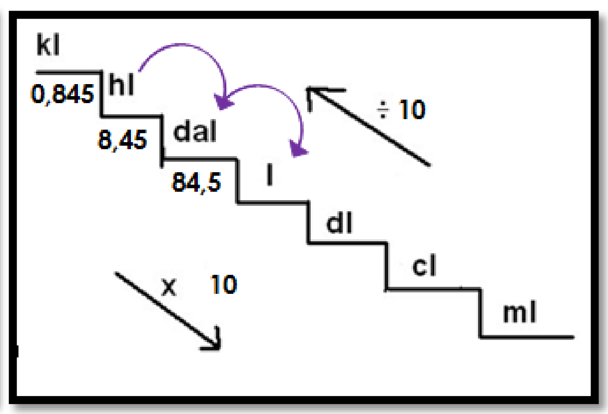
Iniciemos con las cantidades de líquido que se extrajeron:

184,5 l esta medida se encuentra en litros, por lo que se entra como la necesitamos

12,875 dl ⟶ l

0,845 hl ⟶ l





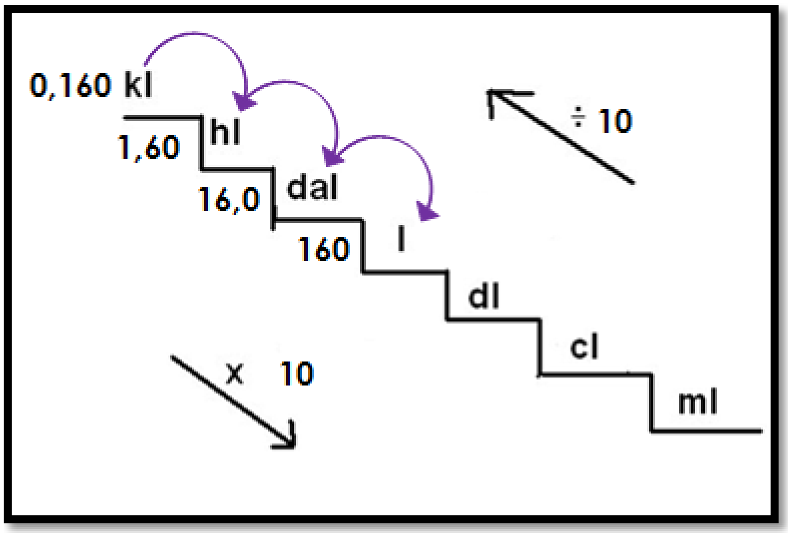
En los tres momentos que se sacó agua se extrajo en total:

$$184{,}5\ l + 1{,}2875\ l + 84{,}5\ l = 270{,}2875\ l$$

Vamos a utilizar el resultado con solo dos decimales, que sería 270,28 *l*, ahora nos hace falta convertir la cantidad de agua sobrante en el depósito

Pasemos el sobrante de agua:

0,160 kl ⟶ l



La cual en litros equivale a 160 *l*

Por lo tanto a la pregunta "¿qué cantidad de agua, en litros, había inicialmente en el depósito?" podemos concluir que:

270,28 *l* + 160 *l* = 430,28 *l*

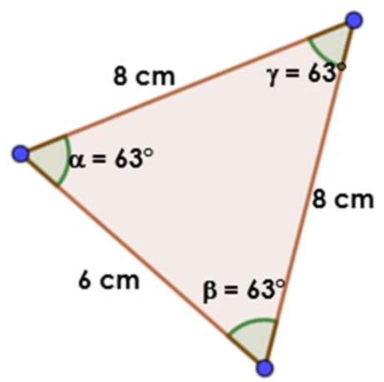
Al inicio en el depósito había 430,28 *l* de agua

Olimpiada Nacional de Matemática en Primaria

13. El perímetro de un triángulo isósceles es 20,28 cm. Si la medida del lado desigual es de 8,2 cm, entonces ¿cuál es la medida de cada uno de los otros lados?

Recuerde que: Un triángulo isósceles es una figura geométrica de tres lados, de los cuales dos tienen la misma medida y uno es diferente.

Lo mismo sucede con sus ángulos, dos de ellos (los opuestos a los lados congruentes) son de igual medida y el tercero es de diferente medida.



La figura de la izquierda corresponde a un triángulo isósceles, los lados congruentes o de igual medida son: $\overline{AC}$ y $\overline{CB}$ y el lado desigual es $\overline{AB}$

Los ángulos congruentes sería $\angle \alpha$ y $\angle \beta$ y el desigual sería el $\angle \gamma$

En el problema nos indican el valor del perímetro, el cual es 20,28 cm y además nos brindan la longitud del lado desigual que es 8,2.

Recordemos que el perímetro de cualquier figura geométrica es la suma de la longitud de sus lados, por lo tanto:

Perímetro del triángulo buscado es:

$$P = a + a + 8,2$$

Denotaremos los lados congruentes con la letra "a"

Pero sabemos que P = 20,28, por lo que podemos sustituir su valor en la igualdad anterior.

$$20,28 = a + a + 8,2$$

Recordemos que el 20,28 se puede descomponer como 12,08 + 8,2.

$$12,08 + 8,2 = a + a + 8,2$$

Además si a cada lado de la igualdad sumamos o restamos una misma cantidad, la igualdad se sigue manteniendo, como se muestra seguidamente:

$$12{,}08 + 8{,}2 - 8{,}2 = a + a + 8{,}2 - 8{,}2$$

Si realizamos las operaciones que aparecen en la expresión anterior tenemos dos representaciones que son equivalente:

$$12{,}08 = a + a \qquad 12{,}08 = 2a$$

Debemos determinar el valor de la letra "a", el cual lo podemos obtener dividiendo los 12,08 entre 2

$$\begin{array}{r|l} 12{,}08 & 2 \\ \hline 0 & 6{,}04 \end{array}$$

De acuerdo a lo anterior, la medida los dos lados congruentes del triángulo isósceles es de 6,04 cm

14. En el siguiente cuadro, los números de las filas, columnas y diagonales suman lo mismo. De acuerdo con los números representados en las diferentes celdas, ¿qué número representa la ★?

14	19	
	15	
★	11	

Según la información anterior si sumamos los valores presentes en las casillas de las filas, las columnas o las diagonales, el resultado será el mismo. Como solo contamos con una fila completa vamos a sumarla:

14	19	
	15	
★	11	

$$19 + 15 + 11 = 45$$

El valor en todas las direcciones debe ser 45, por lo que podemos calcular el valor faltante en celda superior derecha:

14	19	
	15	
★	11	

$$14 + 19 = 33$$

$$45 - 33 = 12$$

El valor de esta celda sería 12

Ahora vamos a seguir buscando el valor de la celda donde se encuentra la estrella

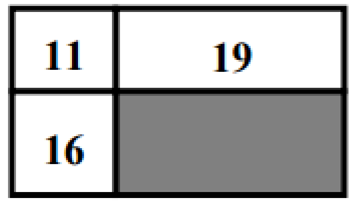
14	19	12
	15	
★	11	

$$12 + 15 = 27$$

$$45 - 27 = 18$$

De esta manera logramos determinar que el número que representa la estrella es el 18.

15. Un rectángulo fue cortado en cuatro rectángulos más pequeños, como se muestra en la figura. Los perímetros de tres de ellos son: 11 cm, 16 cm y 19 cm. El rectángulo de perímetro 16 cm es un cuadrado.
Determine el perímetro del rectángulo original y el perímetro del rectángulo sombreado.



Dentro de la información suministrada se indica que el rectángulo con perímetro igual a 16 cm es un cuadrado, por lo tanto:

Recuerde que de cualquiera de estas dos maneras podemos calcular el perímetro del cuadrado:

$$\boldsymbol{P = l + l + l + l} \qquad \qquad \boldsymbol{P = 4\ x\ l}$$

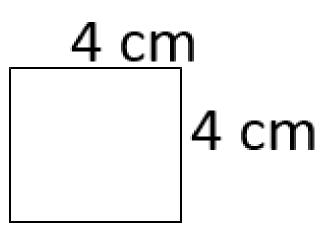
Por lo tanto

$$\boldsymbol{16 = 4\ x\ l}$$

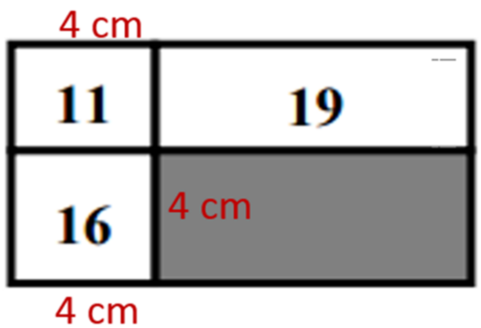
Tenemos que determinar qué número multiplicado por 4 da como resultado 16, el cual sería:

$$\boldsymbol{4\ x\ 4 = 16}$$

$$\boldsymbol{l = 4}$$



De acuerdo a lo anterior podemos concluir que:



De acuerdo a lo anterior podemos determinar que cada lado del cuadrado con perímetro igual a 16 cm sería de 4 cm.

De igual manera el lado que comparte el rectángulo con perímetro 11 cm y el opuesto a este. Por lo tanto

En el rectángulo con perímetro 11 cm vamos a considerar:

$$\boldsymbol{P = l + l + a + a}$$

De los cuatro lados conocemos dos que serías los de valor 4cm

$$\boldsymbol{11 = 4 + 4 + l + l}$$

$$\boldsymbol{11 = 8 + 2\,l}$$

Recuerde que el 11 lo podemos descomponer en 8 + 3

$$\boldsymbol{8\ + 3\ = 8 + 2\ x\ l}$$

A cada lado del signo igual puedo restar y la igualdad se sigue manteniendo:

$$\boldsymbol{8 - 8 + 3\ = 8 - 8 + 2\ x\ l}$$

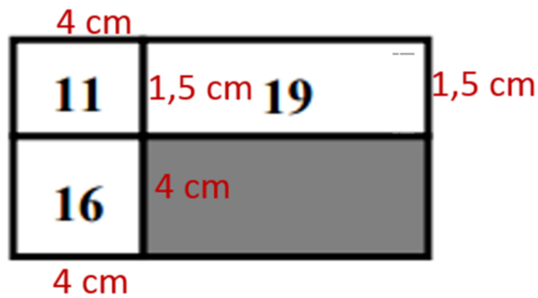
Ahora debemos determinar ¿qué número multiplicado por 2 nos da 3?

$$\boldsymbol{3\ = 2\ x\ l}$$

El cual sería 1,5 como se muestra:

$$\boldsymbol{3\ = 2\ x\ 1,5}$$

Según los cálculos anteriores:



El rectángulo con perímetro 11 cm tiene dos lados de 4 cm y dos de 1,5 cm.

El lado que comparte el rectángulo con perímetro 19 cm y el opuesto a este miden 1,5 cm

Por lo tanto podemos determinar los valores faltantes del rectángulo con perímetro 19 de una manera muy similar a la anterior:

Rectángulo con perímetro 19 cm:

$$\boldsymbol{P = l + l + a + a}$$

De los cuatro lados conocemos dos, los que valen 1,5 cm

$$\mathbf{19 = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{l} + 1,5 + 1,5}$$

$$\mathbf{19 = 2\,\boldsymbol{l} + 3}$$

Recuerde que el 16 lo podemos descomponer en 13 + 3

$$\mathbf{16 + 3 \ = 2\,\boldsymbol{x}\,\boldsymbol{l} + 3}$$

A cada lado del signo igual puedo restar y la igualdad se sigue manteniendo:

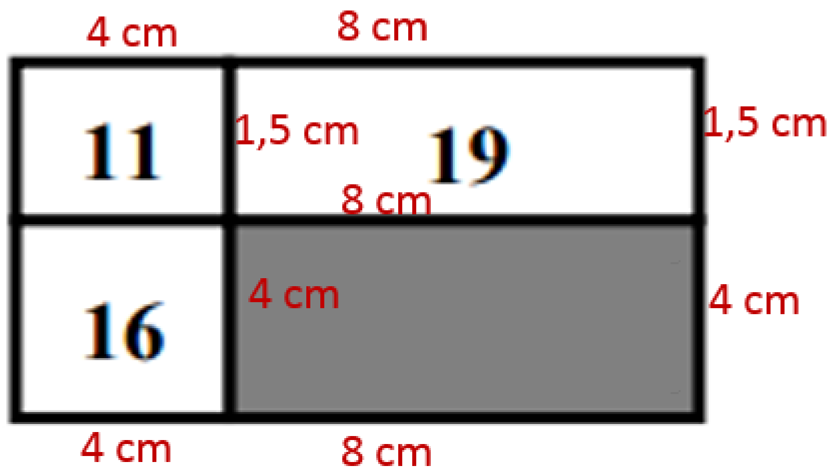
$$\mathbf{16 + 3 - 3 = 3 - 3 + 2\,\boldsymbol{x}\,\boldsymbol{l}}$$

Ahora debemos determinar ¿qué número multiplicado por 2 nos da 3?

$$\mathbf{16 \ = 2\,\boldsymbol{x}\,\boldsymbol{l}}$$ El cual sería 6,5 como se muestra:

$$\mathbf{16 = 2\,\boldsymbol{x}\,8}$$

Para determinar el perímetro del rectángulo original y el perímetro del rectángulo sombreado debemos considerar la información obtenida hasta el momento:



Primero calculemos el perímetro del **rectángulo sombreado**:

Su largo es de 8 cm y su ancho de 4 cm, por lo tanto:

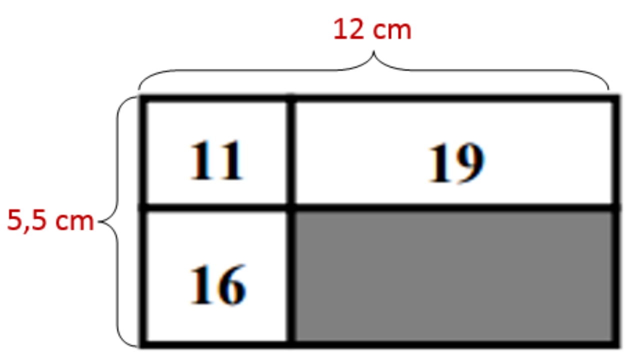
$$P = l + l + a + a$$

$$P = 8 + 8 + 4 + 4$$

$$P = 24\ cm$$

El perímetro para este rectángulo sombreado es de 24 cm

Calculemos el perímetro del rectángulo original o completo:



$$P = l + l + a + a$$

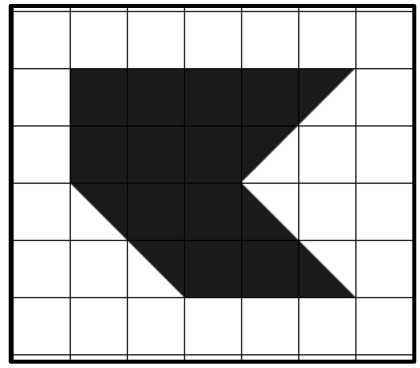
$$P = 12 + 12 + 5{,}5 + 5{,}5$$

$$P = 35\ cm$$

El perímetro del rectángulo completo sería 35 cm

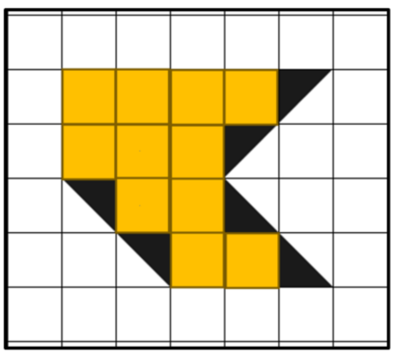
16. Carlos Andrés tiene un terreno plano de forma irregular como que se muestra en la figura que está sombreada en la cuadrícula. Cada cuadrado de la cuadrícula tiene un área de $5m^2$ de lado.

¿Cuál es el área, en metros cuadrados, del terreno que tiene de Carlos Andrés?



Si cada cuadrado de la cuadrícula tiene un área de $5m^2$, entonces podemos determinar ¿cuántos cuadrados completos hay? y ¿cuántos podemos completar?

Vamos a colorear los completos:

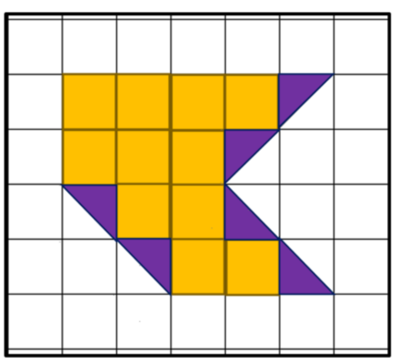


Compeltos tenemos 11 cuadrados, cada uno de $5m^2$ de área, por lo que en esta primera parte tendríamos

$$\boldsymbol{A = 11\ x\ 5}$$

$$\boldsymbol{A = 55m^2}$$

Ahora completemos cuadrados para determinar el área faltante, lo haremos de otro color:



Como se observa hay 6 triángulos que conforman 3 cuadrados completos

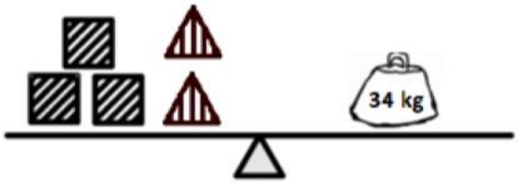
$$\boldsymbol{A = 3\ x\ 5}$$

$$\boldsymbol{A = 15m^2}$$

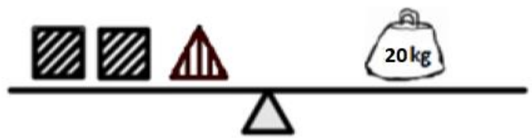
Por lo tanto el área, en metros cuadrados, del terreno que tiene de Carlos Andrés sería de $55\ m^2 + 15\ m^2 = \ 70\ m^2$

17. Observe las siguientes dos balanzas en equilibrio

Primera Balanza



Segunda Balanza



Si se sabe que:

a. Todos los cuadrados tienen la misma masa.
b. Todos los triángulos tienen la misma masa.
c. Las masas (pesos) de las figuras corresponden a kilogramos sin decimales.

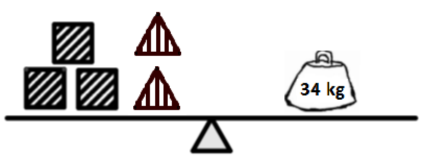
Determine, ¿Cuál es la masa (peso en kg) de:

 ____ **kg**

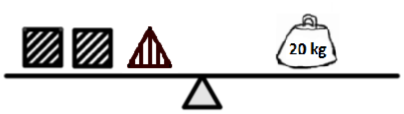
 ____ **kg**

Debe justificar su respuesta.

Según la información anterior tenemos que



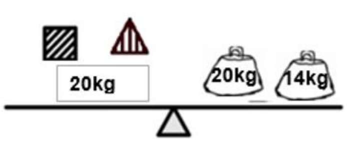
3 cuadrados y 2 triángulos pesan 34 kg

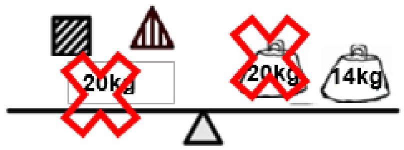


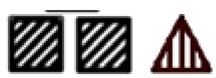
2 cuadrados y 1 triángulos pesan 20 kg

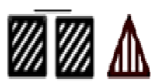
Por lo tanto podemos afirmar que como:

 = 20kg, por lo tanto

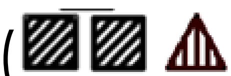
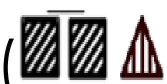


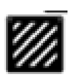


Si con  = 20kg, que pasara con

 = 14 kg

Lo que permite quitar a ambos lados de la balanza 20 kg como se nuestra.

Con esa igualdad ( = 20kg) podemos en lugar un cuadrado y un triángulo () escribir el valor al que equivalen estas dos figuras (14 kg) como se muestra.

 + 14 kg = 14 kg + 6kg

Descomponemos en el extremo derecho el valor de 20kg por 14 kg + 6 kg

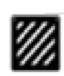
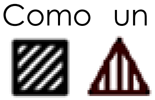
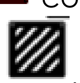
 ~~+ 14 kg~~ ~~= 14 kg~~ + 6kg

Cancelamos a ambos lados del igual el peso de 14 kg

Por lo tanto

 = 6kg

= 14 kg

Como un  = 6kg y en la igualdad  = 14 kg, eso implica que un  corresponde a 14 kg menos el peso del .

Por lo tanto un

 = 8 kg

18. Un padre tiene 46 años y su hijo 12. Si la diferencia de edades siempre es la misma, ¿cuántos años deben pasar para que el papá tenga el triple de la edad de su hijo?

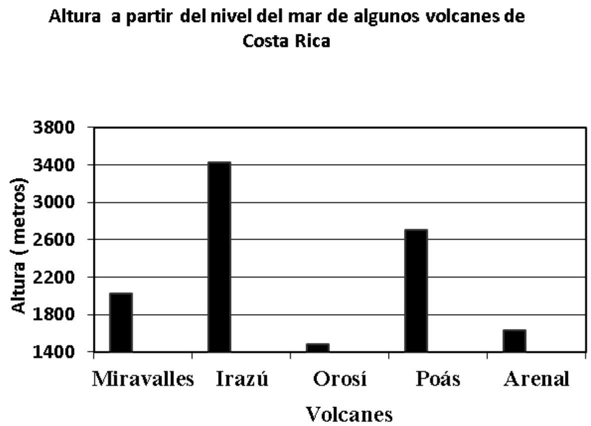
Podemos observar el comportamiento por medio de una tabla donde se comparen las edades de ambos

Edad del padre	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**	**51**	**52**
Edad del hijo	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
Edad del hijo multiplicada por 3	**36**	**39**	**42**	**45**	**48**	**51**	**54**

En este caso cuando el padre tenga 51 años, el hijo tendrá 17 y el triple de 17 es precisamente la edad que el padre tendrá dentro de 5 años

Considere la siguiente información para contestar los ítems 19 y 20

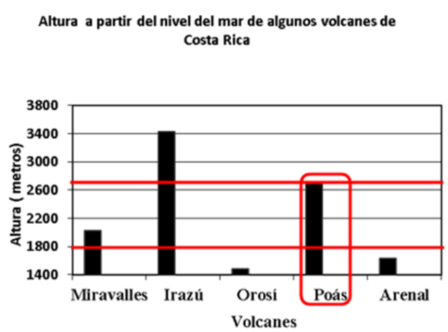
Observe la siguiente gráfica.



Con base en la información anterior,

19. ¿Cuál volcán tiene una altura menor que la del volcán Poás y a la vez mayor que los 1800 m sobre el nivel del mar?

Vamos a resaltar con color rojo aquel volcán que cumple con la condición "tiene una altura menor que la del volcán Poás y a la vez mayor que los 1800 m sobre el nivel del mar"

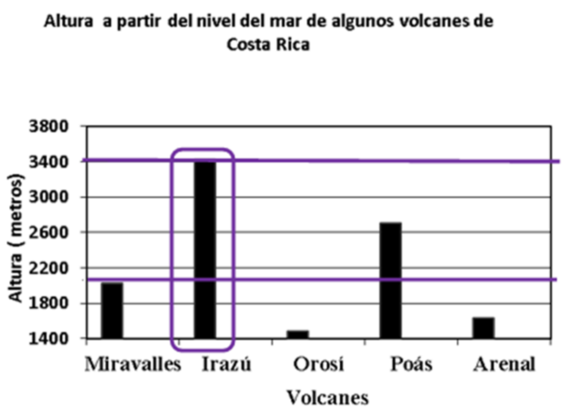


En la imagen de la izquierda se observa el volcán Poás y se señalan los 1800 m sobre el nivel del mar

El único volcán que se encuentra entre las líneas rojas sería el **volcán Miravalles**

20. ¿Cuál volcán supera los 2000 m pero no llega a los 3500 m sobre el nivel del mar?

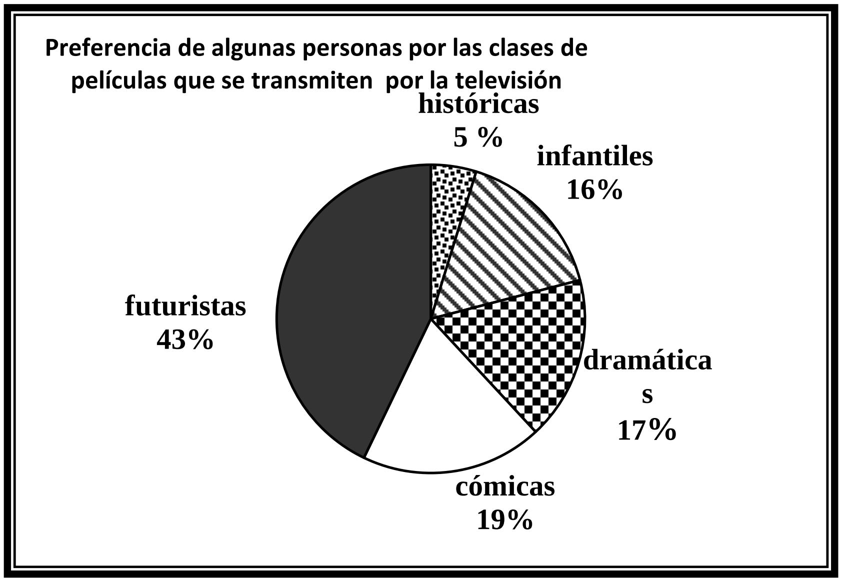
Identifiquemos con colores aquellos que superen los 2000 m y los que están por debajo de los 3500:



El volcán que cumple con estas condiciones es el Irazú

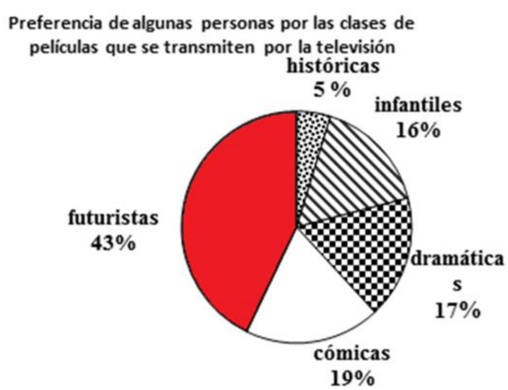
Considere la siguiente información para contestar los ítems 21 y 22

Observe la siguiente gráfica.



21. Según la gráfica anterior, ¿cuál tipo de película presenta la mayor preferencia por parte de las personas encuestadas?

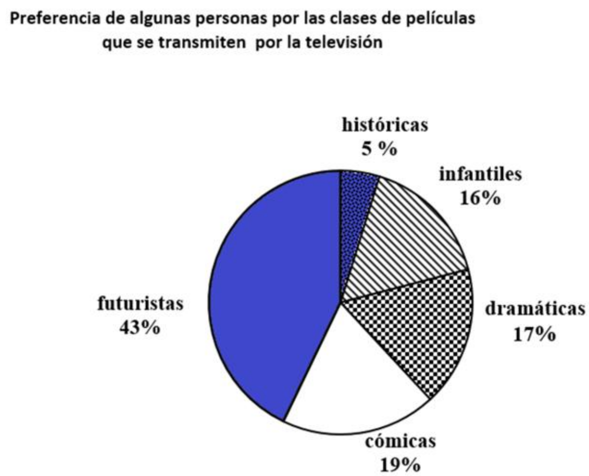
Como se observa en la siguiente imagen, el sector del gráfico resaltado con color rojo corresponde a la película que obtuvo mayor preferencia por parte de las personas encuestadas.



Por lo que la película de mayor preferencia son las futuristas

22. ¿Cuáles clases de películas representan el 35% del total de encuestados?

Para determinar cuáles representan el 35% del total de encuestados, debemos ir analizando descartando aquellas que no podrían cumplir con esta indicación.



Los sectores del gráfico que se resaltan con azul no las consideramos, ya que se habla de dos o más películas que juntas representen el 35% de preferencia y solo las futuristas superan ese porcentaje, mientras que las históricas presentan un dato muy bajo

Cómicas y dramáticas

19 % + 17 % = 36%

infantiles y dramáticas

16% + 17% = 33%

Infantiles y cómicas

19% + 16% = 35%

Las películas que juntas representan el 35% de las personas encuestadas son las infantiles y las cómicas

Ítems para prácticas

1. De acuerdo a las parejas de números que se presentan a continuación:

49 y 63 | 48 y 92 | 21 y 71 | 42 y 107

¿Cuál pareja de números naturales son múltiplos de 7?

2. Observe los números que se presentan en el siguiente recuadro.

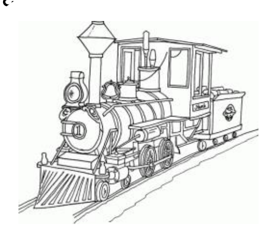
2, 5, 9, 11, 14

De los números escritos en el recuadro, ¿cuáles son números compuestos?

3. Lea el siguiente enunciado.

> Un ferrocarril lleva una máquina y 5 vagones totalmente cargados. La máquina pesa 85 toneladas. Cada vagón pesa 22 toneladas y la carga de cada vagón es de 38 toneladas. ¿Cuál es el peso total del ferrocarril?

¿Cuál sería el procedimiento adecuado para resolver el problema?



4. La mamá de Juan le dio 35 jocotes para que los compartiera con sus hermanos. Juan se comió 11 jocotes, luego repartió los jocotes que le quedaron. Si cada hermano recibió 6 jocotes, ¿cuántos hermanos tiene Juan?

5. Para una fiesta en la casa de Marta, sus amigos le llevaron los siguientes productos: $\frac{3}{2}$ kilogramos de confites, $\frac{5}{8}$ kilogramos de chocolates, $\frac{6}{4}$ kilogramos de frutas y $\frac{7}{3}$ kilogramos de galletas, ¿cuáles productos se llevaron en igual cantidad de kilogramos a la fiesta?

6. Para forrar cuadernos con papel de colores, Leticia compró $\frac{3}{4}$ de metro y Alberto $\frac{7}{4}$ de metro. ¿Cuántos metros de papel de colores compraron en total, Leticia y Alberto?

7. Preparando los materiales de inicio de lecciones fui de compras y pagué ¢72 830, 50. Al cancelar lo hice con 4 billetes de ¢20 000 colones. ¿Cuál fue el vuelto recibido?

8. En una campaña para recolectar material reciclable de Teletica Canal Siete se recogieron 50 423 botellas cafés, 9 005 botellas transparentes, 2 635 botellas verdes, 1 546 ámbar y 2 978 botellas azules. ¿Cuántas botellas se recogieron en total? ¿Cuánto dinero se recaudó si por cada botella el comercio pagó ¢7,85?

9. Ricardo tiene 2 589 estampillas raras. Puede poner 9 de ellas en cada página de su álbum. **¿Cuántas páginas llenará? ¿Cuántas estampillas le sobrarán?**

10. La señora González puede empacar 6 platos en cada caja. Si tiene 192 platos de colección. **¿Cuántas cajas puede llenar?** Si cada plato tiene un valor de 95 500, **¿cuánto obtendría la señora González al vender su colección?**

11. Si una mujer gana ₡ 5 250 diarios y trabaja durante 30 días, **¿cuánto dinero ha ganado al finalizar su periodo laboral?**

12. Sofía tenía ₡589 098, 25 colones para comprar un televisor que estaba en venta en Walmart de Curridabat. Al realizar la compra le hizo falta ₡28 004, 75 colones. Calcule el valor total del televisor·

13. En la Floristería Embrujos en Sánchez, tres rosas tienen un valor de ₡805, 25 colones. Calcule el valor de una docena de rosas.

14. Cecilia necesita decorar una canasta, por lo que realizó la siguiente compra: $\frac{3}{6}$ m de cinta rosada, $\frac{9}{5}$ m de cinta azul y $\frac{8}{3}$ m de cinta blanca, ¿qué cantidad de cinta, en metros, compró Cecilia?

15. Un tío quiere repartir su colección de 367 206 estampillas entre 6 de sus sobrinos. Calcule la cantidad de estampillas que dará a cada uno, en partes iguales.

16. ¿Cuántos paquetes de $\frac{3}{4}$ kg se pueden hacer con 24 kg de frijoles?

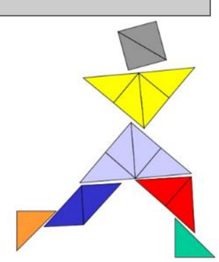
Observación:

Recuerde: En primaria utilizamos como signo para la multiplicación la letra “x” sin embargo podemos valorar el uso del punto para ir familiarizando a los niños con esta otra forma de representar esta operación en la secundaria.

Créditos

Los ítems fueron tomados de la prueba circuitales y regional de la olimpiada de matemática de tercer año 2017, elaborados por:

Asesor (a)	Dirección Regional
Jessica Abarca Sanabria	San Carlos
Adolfo Alejandro Monge Zamora	Aguirre
Xinia Zúñiga Esquivel	Pérez Zeledón
Juan Carlos Picado Delgado	Zona Norte Norte
Cristián Barrientos Quesada	Puntarenas
Heriberto Rojas Segura	Grande del Térraba
Luis Fernando Mena Esquivel	Guápiles
Gerardo Murillo Vargas	Heredia
Maureen Oviedo Rodríguez	Heredia
Marvin Montiel Araya	Coto
Marielos Rocha Palma	San José Oeste
Alejandro Benavides Jiménez	Peninsular
Yadira Barrantes Bogantes	Alajuela
David Carranza Sequeira	Sarapiquí
Laura Andrea Ureña Ureña	Los Santos
Javier Quirós Paniagua	Turrialba
Ana María Navarro Ceciliano	Cartago
Yamil Fernández Martínez	Cartago
Javier Barquero Rodríguez	Puriscal
Elizabeth Figueroa Fallas	Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Hermes Mena Picado	Departamento de Primero y Segundo Ciclos



Revisoras de los cuadernillos

Mónica Mora Badilla	Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica
Gabriela Valverde Soto	Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Hermes Mena Picado - Elizabeth Figueroa Fallas

Asesoría Nacional de Matemática.

Departamento de Primero y Segundo Ciclos

Dirección de Desarrollo Curricular